

Sov. Sci., 57, 45, 1985

К ЗАДАЧЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ON THE PROBLEM OF RECONSTRUCTION OF SPACE DISTRIBUTIONS

М. А. МНАЦАКАНЯН

Бюраканская астрофизическая обсерватория

Резюме. Рассматривается задача о нахождении пространственного (или двумерного) распределения объектов по его всевозможным проекциям, имеющей различные приложения в астрофизике, физике, медицине и т. д. (задача томографии). Указываются простой способ ее решения в общем случае произвольного распределения.

Анализируются численные методы решения этой задачи, которые сопряжены с тремя типами некорректностей. Показывается, что два из них можно устранить, что приводит к существенному повышению точности численного решения задачи. Подробнее изложение будет опубликовано в будущем.

Abstract. The problem of the definition of the space distribution of objects by its projections (tomography) is considered. The simple way to solve the problem in general case of an arbitrary distribution is noted.

The numerical methods of the solution are analysed, which connected with three types of uncorrectnesses. Two of them is shown to be removed. On account of that the accuracy of the numerical solution is increasing essentially.

The detailed statement will be published in the future.

М. А. Мнацакяни. В своем докладе Виктор Амазаспович подчеркнул некорректность обратных задач—она проявлялась в необходимости дифференцирования плотности наблюдаемой функции распределения. В рассмотренном им здесь примере требуется нахождение второй производной, в задаче о восстановлении пространственного распределения по его проекциям (задача томографии) требуется найти первую производную, а вот в задаче о нахождении функции частот звездных вспышек на деле мы должны уметь вычислять все производные (теоретически бесконечное количество) от наблюдаемых распределений, а практически, скажем, до двадцатого-тридцатого.

А. М. Черепашуком было замечено, что задача существенно упрощается в предположении о неотрицательности или монотонности исходной функции распределения. Такой подход используется в развитии академиком Тихоновым методе регуляризации. Однако следует заметить, что это вряд ли существенно облегчает решение задачи—коридор ошибок почти целиком переносится на случай монотонных функций (не говоря о том, что предположение о монотонности может быть и неверным).

Что мы можем здесь предложить? Главное в задаче уметь правильно и хорошо описывать исходную наблюдаемую функцию распределения. Для каждой обратной задачи, по-видимому, существует своя собственная функция, характеризующая исходное распределение—данной операции «проецирования»—оператора перевода оригинала в наблюдаемое представление. Например, в задаче томографии это—функция арксинуса, а в задаче о частотах звездных вспышек это—функция биномиального распределения.

Если эти собственные функции правильно уметь определять, исходя из характера и специфики обратной задачи, то наблюдаемое распределение представится в виде суперпозиции по ним с постоянными коэффициентами. Тогда операции дифференцирования не внесут серьезной ошибки, так как они производятся над «правильными» собственными функциями. Источником ошибок являются только неточности определения постоянных коэффициентов, которые (неточности) почти того же порядка, что и в исходном распределении. В результате определение оригинала может быть осуществлено с той же точностью, с которой мы сможем описать наблюдаемое распределение.

Нами были проведены численные эксперименты решения задач томографии и о частотах вспышек. Оказывается, что решать их можно при очень малых статистиках, например, для 10—20 звезд. Использование указанных собственных функций позволяет получить поразительные результаты, а именно, можно восстановить оригинал по его изображению, который оказывается гораздо ближе к тому «теоретическому» распределению, которое заложено природой в искомое оригинальное распределение, чем то распределение, которое реализовано в случае исследуемого конкретного скопления или группы.